..

UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
PURAS Y APLICADAS.

Nombre:
USB-ID:

Prob. 1	Prob. 2	Prob. 3	Prob. 4	Prob. 5	TOTAL

Primer Examen Parcial - MA2222 (50 %)
Septiembre - Diciembre 2016

1. Se tienen dos bases ordenadas de $\mathbb{P}_2$, el espacio de los polinomios con coeficientes reales de grado a lo sumo 2:

$$\mathcal{B}_1 = \left\{x + x^2, 1 + x, 1 + x^2\right\}$$
$$\mathcal{B}_2 = \left\{x^2 + x - 1, 1 + 2x^2, 3 + x\right\}$$

Halle la matriz de cambio de base de $\mathcal{B}_1$ a $\mathcal{B}_2$ es decir, la matriz $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ tal que para todo vector $\mathbf{v} \in \mathbb{P}_2$:

$$A(\mathbf{v})_{\mathcal{B}_1} = (\mathbf{v})_{\mathcal{B}_2}$$

2. Halle una base para el espacio de filas de la matriz $A \in \mathbb{Z}_5^{3\times 3}$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Demuestre que una transformación lineal T de $\mathbb{V}$ a $\mathbb{W}$ es inyectiva si y sólo si su rango es igual a la dimensión de $\mathbb{V}$.

4. Demuestre que si $\mathcal{B} = \{\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_n\}$ es una base del espacio vectorial $\mathbb{V}$ y $\mathbf{w}_1, \ldots, \mathbf{w}_n$ son n vectores en el espacio vectorial $\mathbb{W}$, entonces existe una única transformación lineal T de $\mathbb{V}$ en $\mathbb{W}$ tal que $T(\mathbf{v}_j) = \mathbf{w}_j$ para todo $1 \leq j \leq n$.

5. Demuestre que si $T, U : \mathbb{V} \longrightarrow \mathbb{W}$ son dos transformaciones lineales, entonces su composición es una transformación lineal. Dé un ejemplo que muestre que, en general, la composición de transformaciones lineales no es conmutativa.